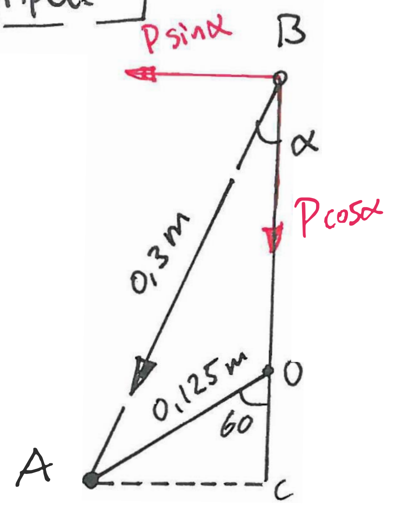
Exempel:



$\overline{OA} = 125 \text{ mm}$

$\overline{AB} = 300 \text{ mm}$

$\overline{AC} = 0{,}125 \cdot \sin 60 = 0{,}1083 \text{ m}$

$BC = 0{,}300 \cdot \cos\alpha = 0{,}280$

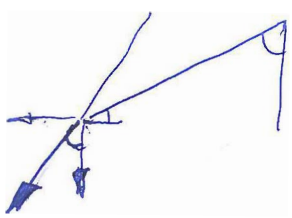
$\alpha = \sin^{-1} \dfrac{0{,}1083}{0{,}300} \quad 21{,}2^\circ$

$\overline{BO} = 0{,}280 - 0{,}125 \cdot \cos 60^\circ = 0{,}217 \text{ m}$

$\curvearrowleft + \; M_o = 720 = P \cdot \sin\alpha \cdot (BO)$

$720 = P \sin 21{,}2^\circ (0{,}217)$

$P = 9{,}18 \text{ kN} = 9180 \text{ N}$

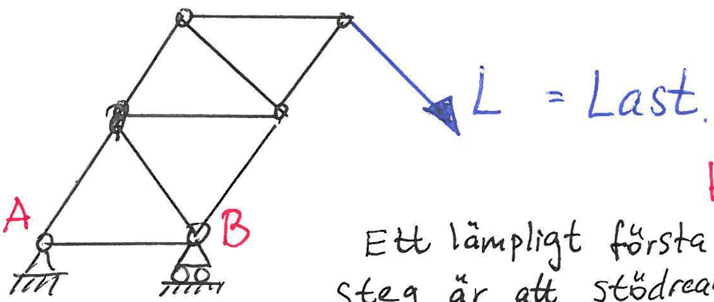


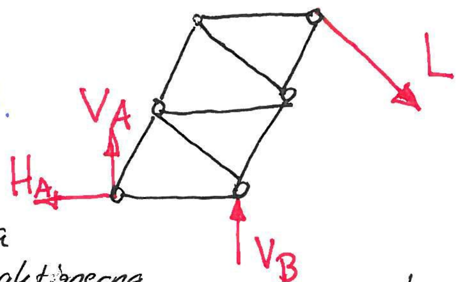
Fackverk

Plana fackverk – Jämviktsproblem

Kännetecknas av att det är uppbyggt av stänger vilka är förenade med friktionsfria leder i sina ändpunkter.

Används främst inom byggnadstekniken för att bära upp laster av olika slag. bärverk i broar, takkonstruktioner.

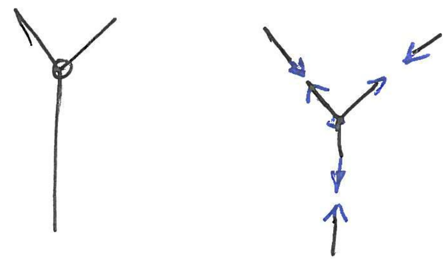




Ett lämpligt första steg är att stödreaktionerna bestäms. Är fallet statiskt obestämd ⇒ annan metod.

Knutpunktsmetoden

Varje knutpunkt i konstruktionen friläggs vartefter jämvikten i knutpunkten studeras.



Enligt newtons 3:e lag påverkar då ~~krafterna~~ stängerna knuten med lika stora motriktade krafter.

Eftersom krafternas verkningslinjer sammanfaller kan endast två oberoende jämviktsekvationer sättas upp för varje knut.

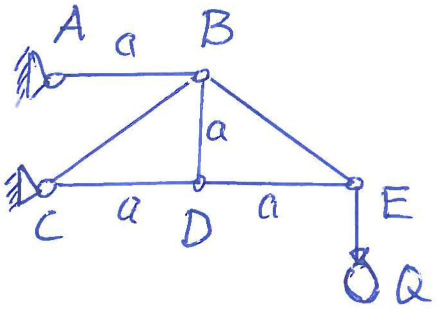
Ex

Om alla stångkrafter och stödreaktioner kan bestämmas ur jämviktsekvationer så är fackverket statiskt bestämd.

Då krävs åtminstone antalet jämviktsekvationer (= dubbla antalet knutar inkl. stöd) skall vara lika med antalet obekanta =(antalet stänger + antalet stödreaktioner.)

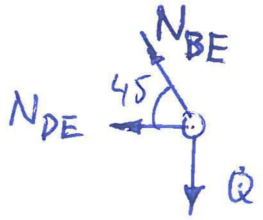
Konstruktionen kan utformas så att jämvikts villkoren ej kan uppfyllas för en godtycklig belastning

Fackverket sägs då vara geometriskt instabilt.

Ex| 

Bestäm samtliga stångkrafter för fackverket som håller upp lasten Q

Lösning Friläggning av knuten E ger:

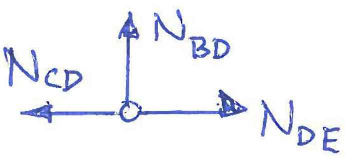


$\uparrow$: $\frac{N_{BE}}{\sqrt{2}} - Q = 0$

$\leftarrow$: $\frac{N_{BE}}{\sqrt{2}} + N_{DE} = 0$

som ger $N_{BE} = Q \cdot \sqrt{2}$ $N_{DE} = -Q$

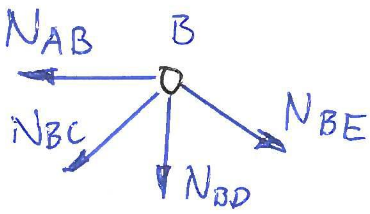
Frilägg sedan knut D:



$\uparrow$: $N_{BD} = 0$

$\rightarrow$: $N_{DE} - N_{CD} = 0 \Rightarrow N_{CD} = -Q$

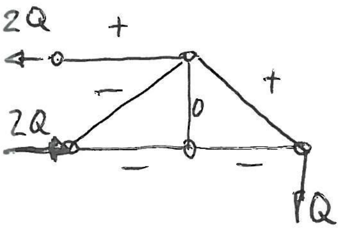
Frilägg B



$\downarrow$ $N_{BD} + \frac{N_{BC}}{\sqrt{2}} + \frac{N_{BE}}{\sqrt{2}} = 0$

$\leftarrow$: $N_{AB} + \frac{N_{BC}}{\sqrt{2}} - \frac{N_{BE}}{\sqrt{2}} = 0$

$\frac{N_{BC}}{\sqrt{2}} + \frac{N_{BE}}{\sqrt{2}} = 0 \Big|$ $\frac{N_{BC}}{\sqrt{2}} + \frac{Q \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0$



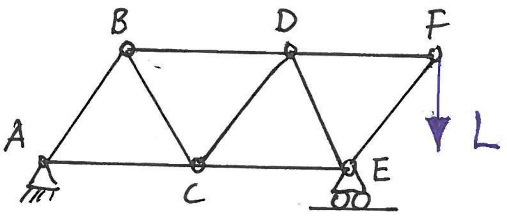
$N_{BC} = -\sqrt{2} \cdot Q$

$N_{AB} = Q - (-Q) = 2Q$

Snittmetoden

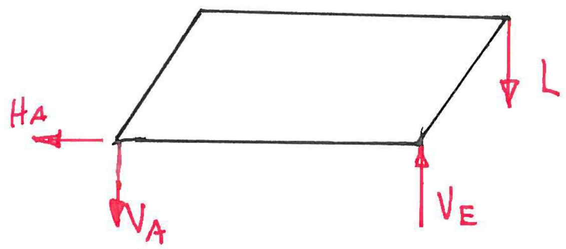
Tänkt snitt delar upp fackverket i två delar

Ex)



Bestäm stångkrafterna i stängerna BD, CD och CE. Alla stänger har längden a.

Lösning: frilägg hela fackverket för att bestämma stödreaktioner i A.

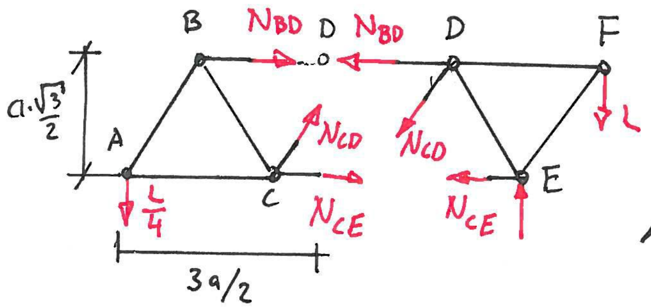


$\leftarrow$: $H_A = 0$

$\overset{\curvearrowright}{E}$: $L \cdot \frac{a}{2} - V_A \cdot 2a = 0 \Rightarrow V_A = \frac{L}{4}$

Lägg nu ett snitt genom de stänger vi är intresserade av

Vänstra sektionen



$\overset{\curvearrowright}{C}$: $N_{BD} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{L}{4} \cdot a = 0$

$$N_{BD} = \frac{2L}{4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{L}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$\overset{\curvearrowleft}{D}$: $\frac{L}{4} \cdot \frac{3a}{2} + N_{CE} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = 0$

$$N_{CE} = -\frac{L}{4} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2 \sqrt{3}} = -\frac{3L}{4 \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3} \cdot L}{4}$$

[OBS! Max tre stänger snittas]

$\uparrow$: $N_{CD} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{L}{4} = 0$

$$N_{CD} = \frac{2L}{4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{L}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

Av tecknen framgår att krafterna i stängerna BD och CD är dragkrafter, CE är tryckkrafter.

Knutpunktsmetoden är lämpligast att använda då man systematisk skall bestämma samtliga stångkrafter

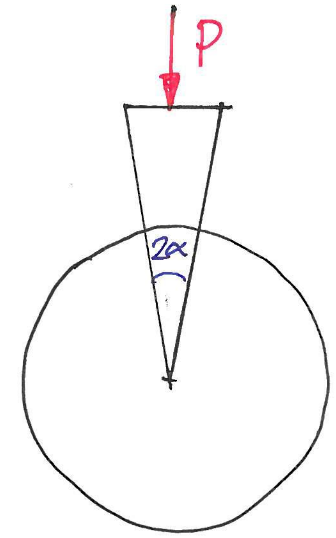
Snitt metoden kan användas för detta ändamål men kräver då fler snitt.

Snittmetodens styrka ligger i att man ofta enkelt kan beräkna värdet av en enskild stångkraft inne i fackverket.

Om ett fackverk är i jämvikt
måste alla leder/delar eller element
vara i jämvikt.

Då man idealiserar en konstruktion och
säger att det är ett fackverk antar man
också att stängerna är lätta

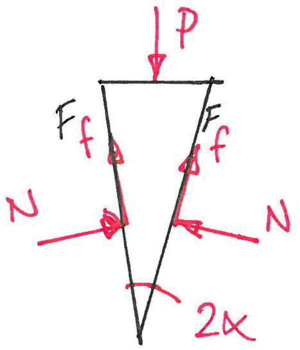
Kilverkan, Ex på Friktion.



Kil = stel kropp.

Kil pressas in i en annan kropp uppstår stora sidokrafter.

$$F_f = \mu \cdot N$$



$$\uparrow:\ 2N\cdot\sin\alpha + 2\mu\cdot N\cdot\cos\alpha - P = 0$$

$$N = \frac{P}{2(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha)}$$

För litet friktionstal och liten kilvinkel blir normalkraften N mycket större än P.

Vilken kraft krävs för att ta ut kilen?

$$\uparrow:\ 2N_1\cdot\sin\alpha - 2\mu N_1\cdot\cos\alpha + P_1 = 0$$

$$P_1 = 2N_1\cdot\cos\alpha\,(\mu - \underbrace{\tan\alpha}_{\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)})$$

Om kraften P tas bort o kilen är på vippen att pressas ut gäller alltså $\mu = \tan\beta$

Kilvinkeln bestämmer alltså vilket minsta friktionstal som krävs för att kilen inte ska åka ut.